Paweł Rutkowski, O zależnościach między liczeniem a językiem, *Przegląd Humanistyczny* 2 (419), 83-91.

Paweł Rutkowski

O zależnościach między liczeniem a językiem

0. Wstęp

Ludzka kompetencja arytmetyczna opiera się na operowaniu liczebnikami (słowami odnoszącymi się do poszczególnych liczebności), a zatem wydaje się nierozerwalnie związana z kompetencją językową. Już około drugiego roku życia człowiek zaczyna wykształcać umiejętność niedostępną dla innych gatunków – liczenie werbalne, a następnie odkrywa, że w sekwencji liczenia zawsze jest liczba większa o jeden od poprzedniej (por. m.in. Gallistel i Gelman (1992), Wynn (1992), Sohn (2004)). Badacze ewolucji powyższej umiejętności stawiają hipotezę, że w tworzeniu konwencjonalnych ciągów liczbowych pomogło naszym przodkom recytowanie sekwencji słów przypominających dzisiejsze dziecięce wyliczanki (por. Ifrah (1985), Hurford (1987), Nelson i Toivonen (2000)). Dehaene (1992) zauważa, że nawet współcześnie człowiek zapamiętuje kolejność w ciągu liczb jako ciąg słów (liczebników), analogicznie do takich serii werbalnych jak alfabet lub nazwy miesięcy. Warto jednak zwrócić uwagę, iż zależność między językiem a liczeniem nie musi mieć charakteru jednokierunkowej relacji wynikowej („człowiek posługuje się językiem i dlatego jest w stanie posługiwać się liczbą") i nie powinna być ograniczana do zagadnienia filogenetycznej ewolucji umiejętności liczenia („najpierw człowiek wykształcił język, a to pozwoliło na wykształcenie umiejętności operowania liczbą"). Celem niniejszego artykułu jest omówienie wybranych badań dotyczących współzależności i przeplatania się lingwistycznych oraz numerycznych mechanizmów kognitywnych człowieka. Szczególna uwaga zostanie przy tym zwrócona na powiązania o charakterze synchronicznym, a nie diachronicznym.[1]

1. Kod werbalny a operacje arytmetyczne

Istnienie silnego synchronicznego związku między kompetencją numeryczną a językiem potwierdzają badania wielu naukowców. Spelke i Tsivkin (2001) zwracają np.

uwagę na zależności między zaburzeniami w zakresie tych dwóch kompetencji (por. też Dehaene i Cohen (1991)). Dehaene (1997) podaje z kolei liczne przykłady sugerujące, że dokonywanie obliczeń w myślach (a więc posługiwanie się wyuczoną wiedzą arytmetyczną) opiera się na procesie językowym. Poniżej omówione zostaną dwa zjawiska, które wyraźnie wskazują na wykorzystanie kodu językowego przy liczeniu.

1.1. Kompetencja numeryczna osób dwujęzycznych

Szczególnie przekonywające argumenty za tezą, że reprezentacja językowa odgrywa istotną rolę w procesie liczenia, pochodzą z badań nad kompetencją numeryczną w wypadku wielojęzyczności. W literaturze przedmiotu opisano wiele przykładów osób, które, nauczywszy się arytmetyki przy użyciu jednego języka, zmieniały środowisko językowe. Zmiana otoczenia doprowadzała u niektórych z nich do utraty biegłości w pierwszym języku i opanowania nowego języka w sposób przypominający rodzimą kompetencję (ludzie ci deklarowali np., iż śnią właśnie w języku, którego nauczyli się później). Nawet w takich wypadkach kompetencja numeryczna opierała się jednak wciąż na języku rodzimym (por. Dehaene (1997)). Uzasadnione wydaje się zatem stwierdzenie, że podstawowe operacje arytmetyczne są zapisywane w pamięci w formacie werbalnym i z tymże formatem są nierozerwalnie związane. Innymi słowy, człowiek nie dokonuje obliczeń poprzez bezpośrednie odniesienie do abstrakcyjnego systemu arytmetycznego. Pośrednikiem w procesie liczenia są reprezentacje językowe (czyli liczebniki i werbalne formuły odpowiadające poszczególnym operacjom arytmetycznym).

Kolers (1968) argumentuje, że rozwiązywanie równań matematycznych jest najszybsze, jeśli badany posługuje się w trakcie takiej operacji językiem, w którym uczył się matematyki (nawet jeśli nie jest to jego język rodzimy). Taką generalizację potwierdzają wyniki zebrane przez Spelke i Tsivkin (2001). Przeprowadziły one trzy eksperymenty, których celem było prześledzenie zależności między rozwiązywaniem zadań arytmetycznych a posługiwaniem się konkretnym językiem. Grupę osób dwujęzycznych mówiących po angielsku i rosyjsku poproszono o przyswojenie serii równań arytmetycznych oraz danych historyczno-geograficznych (numerycznych i nienumerycznych) w obu tych językach. Testowane działania arytmetyczne polegały m.in. na dodawaniu dużych liczb (np. 95+54=?, 39+63=?), zamienianiu podstawy systemu liczbowego z 10 na 6 lub 8 oraz podawaniu przybliżeń dotyczących pierwiastka sześciennego i funkcji logarytmicznych. Każdy student nauczył się jednego zestawu danych dotyczących każdego z powyższych zadań. Po dwóch dniach uczenia badanych poddano testowi. Okazało się, że odpowiedzi padały zdecydowanie szybciej, jeśli test przeprowadzany był w języku, którego badany używał w czasie nauki (efektywność nauki była o wiele wyższa, jeśli zapamiętywanie i odtwarzanie informacji odbywało się w tym samym języku). Oznacza to, że wiedza arytmetyczna przechowywana jest w ludzkiej pamięci w formacie werbalnym, a zatem nie opiera się na reprezentacji czysto numerycznej. Spelke i Tsivkin (2001) konstatują nawet, że z obserwacji, iż sprawność operowania liczbą jest zależna od medium językowego, wynika, że *seven* to nie to samo co *siedem* lub *sept*.

Mimo że pierwszym językiem osób badanych przez Spelke i Tsivkin (2001) był rosyjski, to operacje, których nauczyły się one po angielsku, były wykonywane lepiej właśnie przy użyciu angielszczyzny. Nierodzimi i rodzimi użytkownicy angielszczyzny przyswajali materiał matematyczny prezentowany w tym języku z równą łatwością. Co ciekawe, dotyczyło to także tych nierodzimych użytkowników, którzy językiem angielskim (służącym do nauki nowych danych arytmetycznych) posługiwali się niezbyt biegle. Użytkownicy rosyjskiego, którzy w eksperymentach przeprowadzonych przez Spelke i Tsivkin (2001) zdecydowanie sprawniej rozwiązywali proste zadania liczbowe przy użyciu rodzimego języka (czyli języka, którym posługiwali się w czasie pierwszego zetknięcia z arytmetyką, kiedy byli dziećmi), zapoznawszy się z bardziej skomplikowanymi zadaniami za pośrednictwem języka angielskiego, nie mieli problemów z rozwiązywaniem ich właśnie po angielsku. Oznacza to, że nauka matematyki nie wymaga biegłości w danym języku. Nawet ograniczona kompetencja wystarcza w tym wypadku do utworzenia odpowiednich reprezentacji mentalnych. Warto jednak zauważyć, że powyższe stwierdzenia dotyczą tylko danych liczbowych (a w szczególności precyzyjnych wyliczeń na dużych liczbach). Korzyści wynikających z używania w czasie testu języka, w którym przeprowadzane było szkolenie, nie odnotowano w przypadku zadań, które polegały na podaniu wyniku przybliżonego lub dotyczyły danych nienumerycznych, np. relacji przestrzennych lub czasowych. Według Spelke i Tsivkin (2001) oznacza to, że język wpływa na reprezentację mentalną konkretnych liczb, nie zaś przybliżeń (te ostatnie są reprezentowane niewerbalnie – najprawdopodobniej w podobny sposób u człowieka i innych ssaków).

1.2. Operacje arytmetyczne jako wyrażenia językowe

Zdaniem niektórych badaczy biegłe operowanie podstawowymi faktami matematycznymi jest możliwe dzięki temu, że informacje z tablic mnożenia i dodawania przechowywane są w pamięci w formie opartej na ich kształcie fonetycznym (por. Gonzalez i Kolers (1987), Dehaene i Cohen (1995), Cohen i Dehaene (2000)). Poszczególne działania mnożenia lub dodawania są zatem przyswajane jako utarte wyrażenia językowe. Przy rozwiązywaniu prostych zadań arytmetycznych (np. 5×5, 4+4) w pamięci odszukiwany jest pełny kształt fonetyczny równania (*pięć razy pięć równa się dwadzieścia pięć*, *cztery dodać cztery równa się osiem*), a za jego pośrednictwem odpowiedni fakt arytmetyczny (5×5=25, 4+4=8). Dopiero z zapamiętanej formuły równania ekstrahowane jest rozwiązanie.

Cohen i Dehaene (2000) zaznaczają, że mechanizm o podłożu werbalnym dotyczy w szczególności tych danych liczbowych, które nauczane są w szkole na pamięć (takich jak np. tabliczka mnożenia). Z kolei zadania, których rozwiązań nie przyswaja się poprzez recytację (np. odejmowanie), analizowane są niejako *ad hoc* – w wyniku operacji na liczbach. Pewnym potwierdzeniem tezy o kluczowej roli asocjacji werbalnych w operacji mnożenia są przypadki pacjentów, którzy cierpieli na zaburzenia mowy połączone z kłopotami z mnożeniem (warto przy tym zauważyć, iż pacjenci, którzy mimo innych zaburzeń zachowali umiejętność mnożenia, nie mają zazwyczaj problemów z kompetencją językową – por. Dehaene i Cohen (1997)).

Co ciekawe, nie wszystkie systemy liczebnikowe spotykane w językach naturalnych wydają się równie dobrze nadawać do kodowania informacji arytmetycznej. Wiese (2001) przytacza rezultaty eksperymentów, z których wynika, że syntaktyczna struktura wyrażeń numerycznych w poszczególnych językach wpływa na przyswajanie arytmetyki przez dzieci. Okazuje się, że, jeśli składnia grup liczebnikowych jest przejrzysta i regularna, dzieci szybciej dostrzegają w niej analogię do systemu zapisu liczb cyframi i sprawniej dokonują operacji takich jak mnożenie lub dodawanie (por. też Miura, Okamoto, Kim, Steere i Fayol (1993)).

2. Model kompetencji numerycznej

Z obserwacji opisanych powyżej wynika, że umiejętność liczenia zależna jest od możliwości równoległego wykorzystywania różnych zasobów mentalnych – w tym informacji językowej. Udaną próbą oddania skomplikowanych powiązań między lingwistycznymi i nielingwistycznymi aspektami liczenia wydaje się model mentalnego mechanizmu operowania liczbami, który zaproponował Dehaene (1992) – patrz wykres 1. Autor ten zakłada, że liczby mogą być w mózgu ludzkim reprezentowane w trzech różnych kodach (na wykresie odpowiadają im trzy ośmiokąty), stąd określa zaproponowany przez siebie model terminem „trójkodowy". Kod werbalny (audytywny) istnieje dzięki językowi i opiera się na liczebnikach. Kod wizualny (arabski) pozwala na operowanie liczbami za pomocą notacji arabskiej. Z kolei w kodzie analogowym ilości są reprezentowane jako zmienne nasilenia aktywności na osi odpowiadającej ciągowi liczb od zera do nieskończoności (jest to zatem kod oparty na niejęzykowym, niearytmetycznym i intuicyjnym szacowaniu liczebności: np. postrzeganiu pewnych zbiorów jako liczniejszych od innych).

Każda z trzech podstawowych reprezentacji komunikuje się na zewnątrz za pomocą specjalnych procedur: np. procedura pisania zamienia wewnętrzny kod arabski na odpowiednie impulsy motoryczne. Na wykresie 1 komunikacja między trzema reprezentacjami jest oznaczona jako kanały A, B, C, D, C' i D'. Kanał wizualno-werbalny (A) pozwala np. na tworzenie sekwencji słów odpowiadających liczbom w systemie arabskim.

Kluczowym założeniem modelu, który przedstawia Dehaene (1992), jest modularność. Kompetencja numeryczna rozkłada się tu na kilka niezależnych zdolności kognitywnych, takich jak np. kwantyfikowanie, szacowanie ilości itp. Są one zebrane w trzech grupach – podstawa podziału to format liczb wykorzystywany przy danej operacji. Każdy z kodów łączy się z określonymi procedurami numerycznymi, np. porównywanie wielkości poszczególnych liczb zapisanych za pomocą cyfr wymaga przełożenia danych wejściowych w kodzie arabskim na kod analogowy.

Model, który proponuje Dehaene (1992) pokazuje, jak skomplikowane zależności determinują ludzką kompetencję numeryczną. Nie wystarcza w tym wypadku stwierdzić, że jest ona zależna od języka. Język odgrywa niezwykle istotną rolę przy operowaniu ciągami liczbowymi i przeprowadzaniu obliczeń, jednak np. rozumienie parzystości jest ściśle związane z arabskim systemem zapisu liczb (a więc czynnikiem niejęzykowym). Udowadnia to eksperyment, który przeprowadzili Dehaene i Cohen (1991). Polegał on na mierzeniu czasu potrzebnego do stwierdzenia, czy dana liczba jest parzysta. Badając czasy reakcji na liczby dwucyfrowe, porównano dwa sposoby przekazu: przekaz werbalny i notację arabską. W wypadku systemu arabskiego czas odpowiedzi był krótszy, jeśli cyfry składające się na daną liczbę nie różniły się co do parzystości, tzn. jeśli obie były parzyste (np. 26) lub nieparzyste (np.15). Mimo iż można by przypuszczać, że liczby o jednakowo skomplikowanej strukturze powinny być interpretowane w ten sam sposób, test oceny parzystości dowodzi iż czas interpretacji zależy od czynników notacyjnych. Wyrazistego przykładu dostarcza analiza czasów reakcji na liczby w przedziale 11-19: liczby parzyste (np. 16) stanowiły dla badanych większy problem niż nieparzyste (np. 17). Działo się tak ze względu na obecność nieparzystej jedynki w notacji (a więc cechę systemu arabskiego, a nie właściwość danej liczebności).

Identyczny rezultat otrzymano w badaniu przekazu werbalnego. W przedziale ‘11’-‘19’ liczebniki odpowiadające liczbom parzystym (np. ‘16’) były rozpoznawanie mniej trafnie niż analogiczne liczebniki w przedziale ‘1’-‘9’ (np. ‘6’). Nie mogła mieć na to wpływu forma fonetyczna liczebników ‘11’-‘19’ w języku francuskim (w którym przeprowadzone było badanie), gdyż nie występuje w niej odpowiednik cyfry 1. W liczebnikach *dix-sept* (17), *dix-huit* (18) i *dix-neuf* (19) pojawia się natomiast element *dix* ‘dziesięć’, odpowiadający liczbie parzystej. Nie wpływa to jednak na częstsze wskazywanie powyższych liczb jako parzystych. Wręcz przeciwnie – badani przypisywali liczbom z przedziału 11-19 cechę nieparzystości (podobnie jak w wypadku testu wykorzystującego notację arabską). Oznacza to, że przekaz werbalny był najpewniej w systemie kognitywnym badanych zamieniany na kod arabski, a ten dopiero służył za podstawę do oceny parzystości.

Warto zauważyć, że w myśl modelu, który prezentuje Dehaene (1992), pełne wykorzystanie zdolności numerycznych opartych na języku (takich jak liczenie przy użyciu liczebników i obliczenia przy użyciu symboli) nie byłoby możliwe bez odwołania do reprezentacji prewerbalnej/analogowej. Kod analogowy to typ reprezentacji umożliwiający konceptualizowanie przybliżenia, rzędu wielkości – pozwala na „semantyczne” (a nie tylko abstrakcyjne) zrozumienie liczebności odpowiadających poszczególnym liczebnikom, nie jest natomiast oparty na specyficznych regułach syntaktycznych (aby odnieść się do skomplikowanych konstrukcji liczbowych niezbędne jest użycie kodu werbalnego). Wykorzystanie kodu analogowego nie jest cechą wyłącznie ludzką, gdyż zdaniem wielu badaczy dotyczy również zwierząt. Opiera się na dwóch prymarnych mechanizmach postrzegania liczebności: szacowaniu i tzw. subityzowaniu, czyli umiejętności szybkiego oceniania liczebności zbiorów kilkuelementowych. Termin „subityzowanie” (ang. *subitizing* –

neologizm od łacińskiego przysłówka *subito* znaczącego ‘nagle’), którego po raz pierwszy użyli już Kaufman, Lord, Reese i Volkmann (1949), jest powszechnie stosowanym określeniem swego rodzaju „bezpośredniej” (niejęzykowej i niearytmetycznej) percepcji małych zbiorów (por. Mandler i Shebo (1982), Starkey i Cooper (1995), Piazza, Mechelli, Butterworth i Price (2002)). Ifrah (1985) nazywa umiejętność, o której mowa, bezpośrednią percepcją liczby (poczuciem numerycznym), a Ullman (1984) – liczeniem wizualnym. O postrzeganiu i nielingwistycznym przetwarzaniu najniższych liczebności można mówić już w wypadku niemowląt. Starkey i Cooper (1980) przeprowadzili eksperyment mający na celu wykazanie, że niemowlęta rozróżniają liczebności niewielkich zbiorów, a więc dysponują podstawową kompetencją numeryczną. Eksperyment wykazał, że niemowlęta zwracają uwagę na zmianę liczebności, kiedy zbiór złożony z trzech elementów zostaje zastąpiony zbiorem dwuelementowym (lub odwrotnie). Ich zainteresowanie przekłada się na dłuższy czas przyglądania się nowemu zbiorowi. Starkey i Cooper (1980) nie zanotowali jednak powyższego efektu przy zmianie bodźca wizualnego ze zbioru czteroelementowego na sześcioelementowy. Oznacza to, że niemowlęta dostrzegają różnice numeryczne tylko w zakresie najniższych liczebności. Subityzowanie wydaje się mechanizmem przekazywanym genetycznie i ograniczającym od urodzenia ludzką percepcję liczby. Bez dodatkowego czasu (i wykorzystania zdolności wykraczających poza bezpośrednie postrzeganie) człowiek nie jest w stanie precyzyjnie ocenić, czy w danym zbiorze znajduje się np. dziesięć, jedenaście czy dwanaście elementów. Ograniczenie, o którym mowa, wpływa w oczywisty sposób na reprezentację liczby w kodzie analogowym: liczebność w zbiorach wieloelementowych nie może być określana precyzyjnie bez odwołania do kodu cyfrowego lub werbalnego. Kod analogowy pozwala jedynie na przybliżoną ocenę („wyczucie”) liczebności.

Mimo iż jako całość model, który zaproponował Dehaene (1992), dobrze oddaje wieloaspektowe zależności między trzema kodami mentalnymi służącymi do reprezentowania liczb, niektóre rozwiązania szczegółowe mogą budzić wątpliwości. Na konieczność pewnych modyfikacji wskazują np. Whalen, McCloskey, Lindemann i Bouton (2002). Jak już była o tym mowa powyżej, rezultaty operacji arytmetycznych takich jak mnożenie są zapewne przechowywane w pamięci ludzkiej jako utarte zestawienia słowne. Dehaene (1992) uwzględnił to spostrzeżenie w strukturze modelu trójkodowego: uzależnił w nim mianowicie podstawowe operacje mnożenia i dodawania od kodu audytywnego (fonicznego). Konsekwencją takiej strukturyzacji jest założenie, że błędny przekład zadania matematycznego takiego jak mnożenie na kod fonetyczny powinien doprowadzić do wskazania błędnej odpowiedzi. Ta prognoza znajduje potwierdzenie w danych, które przytaczają Cohen i Dehaene (2000). Opisują oni przypadek pacjentki z uszkodzeniem mózgu, która mimo popełniania błędów w odczycie zadań zapisanych cyframi arabskimi, podawała właściwe rezultaty wypowiedzianych równań. Pacjent z takim zaburzeniem mógłby np. odczytać zapis *5 × 8* jako *cztery razy siedem* i podać odpowiedni wynik (*dwadzieścia osiem*). Co ciekawe, Cohen i Dehaene (2000) podają, że gdy opisywana przez nich pacjentka popełniała błędy w odczycie zadań dotyczących odejmowania a nie mnożenia, rezultat, który podawała, odpowiadał zapisowi, a nie błędnemu odczytowi (np. odczytując zapis *8 – 3* jako *siedem minus trzy*, pacjentka podałaby wynik *pięć*). Oznaczałoby to, że wynik odejmowania jest ustalany niewerbalnie.

Whalen, McCloskey, Lindemann i Bouton (2002) kwestionują powyższe spostrzeżenia, argumentując, że badani przez nich pacjenci byli w stanie odtworzyć z pamięci i podać na piśmie właściwą informację arytmetyczną nawet wtedy, gdy towarzyszyła jej błędna informacja fonetyczna. Taka rozbieżność wyników badań nie musi jednak oznaczać, iż któreś z nich są niedokładne. Jak zauważają Whalen, McCloskey, Lindemann i Bouton (2002), możliwość rozwiązania problemu pozornie sprzecznych wyników dawałby w tym wypadku model, który zasugerowali Noel i Seron (1993). Ich propozycja w istotny sposób modyfikuje teorię, którą przedstawia Dehaene (1992). Noel i Seron (1993) zakładają mianowicie, że te same umiejętności liczbowe mogą w różnych kontekstach i u różnych osobników opierać się na różnych formatach reprezentacji mentalnych. Nie ma zatem jednoznacznego i bezwyjątkowego związku między daną kompetencją numeryczną a określonym kodem. Można natomiast w wypadku poszczególnych operacji liczbowych mówić o „preferowanych" formatach reprezentacji. Whalen, McCloskey, Lindemann i Bouton (2002) zauważają, że takie podejście pozwala na sformułowanie hipotezy, iż mimo że z reguły do kodowania faktów arytmetycznych takich jak mnożenie lub dodawanie wykorzystywana jest reprezentacja fonetyczna, u poszczególnych pacjentów preferowanym kodem może być w takim wypadku reprezentacja symboliczna (arabska).

Celem prezentowanego tu wywodu nie jest szczegółowa analiza architektury modelu, który opracował Dehaene (1992). O wiele istotniejsze wydają się płynące z niego (oraz z modyfikacji zaproponowanej przez Noel i Serona (1993)) wnioski na temat zależności między potencjałem językowym i numerycznym człowieka. Wydaje się, że warto przy tym spojrzeć na umiejętności lingwistyczne i liczbowe jako na swego rodzaju zasoby. W model, który proponuje Dehaene (1992), wpisane jest założenie współzależności. Jak wynika z wielu cytowanych powyżej eksperymentów, bez powiązania informacji językowej ze zdolnością do szacowania oraz umiejętnością interpretowania systemu notacji arabskiej abstrakcyjne i zaawansowane liczenie cechujące gatunek homo sapiens sapiens nie byłoby możliwe.

Poszczególne zasoby kognitywne nie są w prezentowanym tu rozumieniu odosobnionymi, zamkniętymi systemami. Składają się raczej na olbrzymi potencjał komunikatywno-mentalny człowieka – mogą się wzajemnie uzupełniać a nawet, mimo wyraźnej specjalizacji, zastępować. Propozycja Noel i Serona (1993) wskazuje, że modele kompetencji kognitywnych (a w szczególności lingwistycznej i numerycznej) nie powinny zakładać odrębności i bezwarunkowości poszczególnych procesów. Celem nadrzędnym jest zawsze skuteczność danej operacji mentalnej.

3. Zakończenie

Kompetencje numeryczna i językowa są ze sobą powiązane na wiele sposobów. Liczenie i używanie liczebników to umiejętności kognitywne w oczywisty sposób współzależne: nie można liczyć bez możliwości lingwistycznego odnoszenia się do liczb, ale nie można też rozumieć liczebników, nie umiejąc liczyć. Przenikanie się językowych i numerycznych zasobów kognitywnych to warunek *sine qua non* liczenia. Wydaje się, że zależności zachodzące między kompetencjami numeryczną i językową można by przedstawić jako mechanizm optymalnego wykorzystywania zasobów kognitywnych. Współwystępując, ograniczają się one wzajemnie, warunkują swój rozwój, ale zarazem uzupełniają. Ta współzależność jest przykładem optymalizacji korzystnej z ewolucyjnego punktu widzenia. Bez wykorzystania – w zależności od potrzeb – wszystkich dostępnych środków mentalnych (w tym lingwistycznych i nielingwistycznych), człowiek nie byłby w stanie wykształcić kompetencji numerycznej.

Bibliografia

Cohen, Laurent i Stanislas Dehaene (2000), *Calculating without reading: unsuspected residual abilities in pure alexia*, „Cognitive Neuropsychology" 17, ss. 563-583.

Dehaene, Stanislas (1992), *Varieties of numerical abilities*, „Cognition" 44, ss. 1-42.

Dehaene, Stanislas (1997), *The number sense: how the mind creates mathematics*, Oxford: Oxford University Press.

Dehaene, Stanislas i Laurent Cohen (1991), *Two mental calculation systems: a case study of severe acalculia with preserved approximation*, „Neuropsychologia" 29, ss. 1045-1074.

Dehaene, Stanislas i Laurent Cohen (1995), *Towards an anatomical and functional model of number processing*, „Mathematical Cognition" 1, ss. 83-120.

Dehaene, Stanislas i Laurent Cohen (1997), *Cerebral pathways for calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic*, „Cortex" 33, ss. 219-250.

Gallistel, Charles R. i Rochel Gelman (1992), *Preverbal and verbal counting and computation*, „Cognition" 44, ss. 43-74.

Gonzalez, Esther G. i Paul A. Kolers (1982), *Mental manipulation of arithmetic symbols*, „Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition" 8(4), ss. 308-319.

Hurford, James R. (1987), *Language and number: the emergence of a cognitive system*, Oxford, New York: Basil Blackwell.

Ifrah, Georges (1985), *Les chiffres ou l'histoire d'une grande invention*, Paris: Editions Robert Laffont. [Przekład polski: Ifrah, Georges (1990), *Dzieje liczby czyli historia wielkiego wynalazku*, przełożył Stanisław Hartman, Wrocław: Zakład Narodowy im. Ossolińskich.]

Kaufman, E. L., M. W. Lord, T. W. Reese i J. Volkmann (1949), *The discrimination of visual number*, „American Journal of Psychology" 62, ss. 498-525.

Kolers, Paul A. (1968), *Bilingualism and information processing*, „Scientific American" 218, ss. 78-86.

Mandler, George i Billie Jo Shebo (1982), *Subitizing: an analysis of its component processes*, „Journal of Experimental Psychology: General" 111, ss. 1-22.

Miura, Irene T., Yukari Okamoto, Chungsoon Kim, Marcia Steere i Michel Fayol (1993), *First graders' cognitive representation of number and understanding of place value: cross-national comparisons: France, Japan, Korea, Sweden, and the United States*, „Journal of Educational Psychology" 85, ss. 24-30.

Nelson, Diane i Ida Toivonen (2000), *Counting and the grammar: case and numerals in Inari Sami*, „Leeds Working Papers in Linguistics and Phonetics" 8, ss. 179-192.

Noel, Marie-Pascale i Xavier Seron (1993), *Arabic number reading deficit – a single-case study or when 236 is read (2306) and judged superior to 1258*, „Cognitive Neuropsychology" 10, ss. 317-339.

Piazza, Manuela, Andrea Mechelli, Brian Butterworth i Cathy J. Price (2002), *Are subitizing and counting implemented as separate or functionally overlapping processes?*, „NeuroImage" 15, ss. 435-446.

Rutkowski, Paweł (2004), *Kompetencja językowa i kompetencja numeryczna jako współzależne zasoby kognitywno-komunikacyjne człowieka*, praca magisterska, Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu.

Sohn, Emily (2004), *Number of the beasts*, „New Scientist" 181.2431, ss. 38-41.

Spelke, Elizabeth S. i Sanna Tsivkin (2001), *Language and number: a bilingual training study*, „Cognition" 78, ss. 45-88.

Starkey, Prentice i Robert G. Cooper Jr. (1980), *Perception of numbers by human infants*, „Science" 210, ss. 1033-1035.

Starkey, Prentice i Robert G. Cooper Jr. (1995), *The development of subitizing in young children*, „British Journal of Developmental Psychology" 13, ss. 399-420.

Ullman, Shimon (1984), *Visual routines*, „Cognition" 18, ss. 97-159.

Whalen, John, Michael McCloskey, Margarethe Lindemann i Graham Bouton (2002), *Representing arithmetic table facts in memory: evidence from acquired impairments*, „Cognitive Neuropsychology" 19, ss. 505-522.

Wiese, Heike (2001), *Did language give us number? Symbolic thinking and the emergence of systematic numerical cognition*, w: Johanna D. Moore i Keith Stenning (red.), *Proceedings of the 23rd Annual Conference of the Cognitive Science Society, Edinburgh, August 1-4, 2001*, Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, ss. 1118-1123.

Wynn, Karen (1992), *Children's acquisition of the number words and the counting system*, „Cognitive Psychology" 24, ss. 220-251.

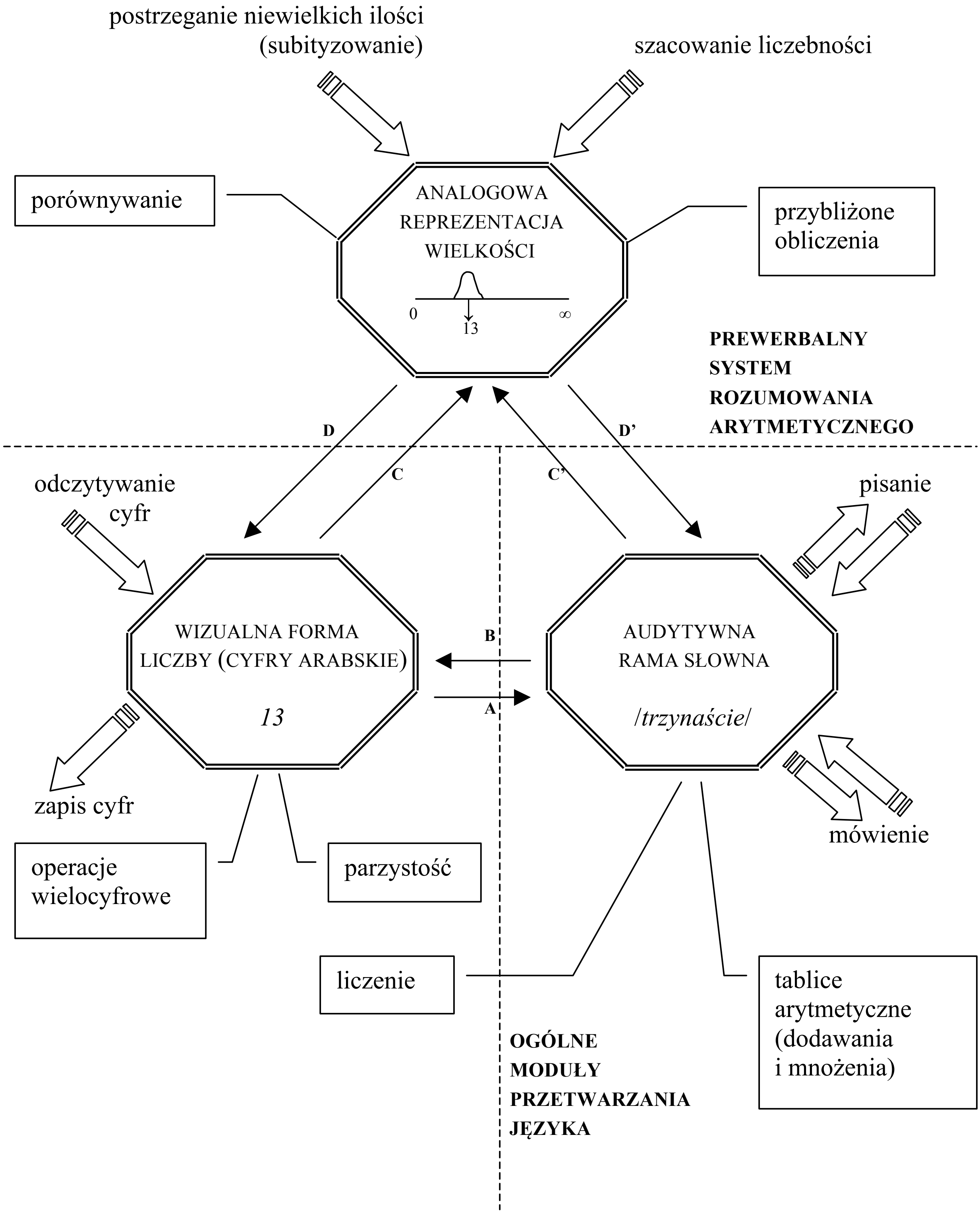
Paweł Rutkowski, O zależnościach między liczeniem a językiem, *Przegląd Humanistyczny* 2 (419), 83-91.

ON THE INTERRELATION OF COUNTING AND LANGUAGE

Summary

An interesting and noteworthy line of research in contemporary cognitive studies attempts to determine to what extent human ability to count is dependent on language. The aim of the present paper is to provide an overview of several studies devoted to the problem in question. The results of these analyses lead to the conclusion that human numerical competence is characterized by modularity and depends on the use of various types of interdependent information and mental representations (both linguistic and nonlinguistic ones). This intuition is best expressed in the model proposed by Dehaene (1992).

Wykres 1. Architektura mentalnego systemu przetwarzania liczb – model trójkodowy (Dehaene (1992))



[1] Wywód zawarty w niniejszym artykule został wcześniej przedstawiony w pracy magisterskiej napisanej w Katedrze Ekokomunikacji Wydziału Neofilologii Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu (Rutkowski 2004). Pragnę podziękować prof. Stanisławowi Pupplowi oraz prof. Jerzemu Bańczerowskiemu za cenne uwagi na temat pierwotnej wersji tego tekstu.